

В.М. ШАТОХИН, д-р. техн. наук, НТУ «ХПИ»,
А.Д. АРТЮШЕНКО, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАВНОСТИ ХОДА ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА С ХОДОВОЙ СИСТЕМОЙ, УМЕНЬШАЮЩЕЙ УДЕЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ НА ПОЧВУ

Побудовано модель гусеничного трактора зі змішаною системою підресорювання, яка включає чотири балансувальні каретки і дві індивідуальні торсіонні підвіски. Проведено дослідження впливу ходової системи, що зменшує питомий тиск на ґрунт, на плавність ходу гусеничного трактора. Отримано амплітудно-частотні характеристики при русі трактора по типовим для експлуатації нерівностям і визначені раціональні параметри змішаної підвіски.

The model of hush-hush is built with the mixed system, which includes four carriages and two individual pendants. Research of influence of the working system which diminishes specific pressure on soil is conducted, on the smoothness of motion of hush-hush. Gain-frequency descriptions are got at motion of tractor for to typical for exploitation inequalities and the rational parameters of the mixed pendant are certain.

Введение. К важнейшим показателям, по которым оценивается трактор, относятся, в частности, и такие агротехнические показатели как плавность хода, давление на почву – непосредственно влияющие на урожайность. Оба указанных показателя связаны между собой. Максимальные давление опорных катков гусеничного трактора определяются динамическими нагрузками, которые зависят от плавности хода трактора. Снижение давления на почву может быть достигнуто выбором соответствующих параметров гусеничной цепи, конструктивными исполнениями ходовой системы. С целью уменьшения удельных давлений на почву в ходовой системе увеличивают количество опорных катков. Однако на этом пути имеются конструктивные ограничения – увеличивается продольная база, ухудшается маневренность трактора.

Анализ последних достижений и публикаций. Данные по воздействию ходовых систем тракторов на почву приведены в работе [1]. Способы снижения воздействий ходовых систем на почву анализируются в работе [2], где, в частности, отмечается, что для обеспечения допустимого воздействия на почву необходимо увеличение числа опорных катков на борт с четырех до восьми. В этом случае существенно уменьшаются диаметры опорных катков, что вызывает увеличение сопротивления перекатыванию трактора. Анализу снижения влияния упругой связи в шарнирах гусеничной цепи на динамическое воздействие на почву посвящена работа [3]. Введение дополнительного упругого момента в шарнирах требует увеличения силы натяжения гусеницы. Упругая балансирная подвеска трактора обладает эффектом сглаживания неровностей и широко распространена на гусеничных тракторах. Теоретическое исследование плавности хода гусеничного

трактора показало, что с увеличением количества опорных катков снижаются значения среднеквадратических вертикальных ускорений в зоне центра масс трактора [4]. В настоящее время завод ХТЗ серийно выпускает трактор ХТЗ-181 с пятью опорными катками на борт, диаметр которых такой же, как в четырехкатковой ходовой системе.

Цель и постановка задачи. Целью исследования является оценка влияния ходовой системы, уменьшающей удельное давление на почву, на плавность хода гусеничного трактора.

Для решения этой задачи будут получены амплитудно-частотные характеристики при движении трактора по типичным для эксплуатации неровностям и определены рациональные параметры смешанной подвески.

Модель гусеничного трактора со смешанной системой поддрессоривания. Система поддрессоривания трактора включает четыре балансировочные каретки и две индивидуальные торсионные подвески (рис. 1). Приняты следующие обозначения: C – центр масс корпуса трактора; G – сила тяжести; $P_1, P_2', P_2'', P_3', P_3'', P_4', P_4'', P_5$ – вертикальные составляющие сил, действующих на катки со стороны почвы (реакции почвы); l_0 – расстояние от цапф до кривошипов катков (осей катков; см. также рис. 2); l_1 – расстояние от центра масс до цапф передней каретки; l_2 – расстояние от центра масс до цапф задней каретки; l_3 – расстояние от центра масс до оси торсиона индивидуальной подвески; l_h, l_k, l_b – расстояния соответственно между осью ведомой звездочки и цапфой передней каретки; цапфами передней и задней кареток; ведущей звездочки и задней кареткой; s, q_0 – период и амплитуда гармонического профиля трассы движения трактора; c_1', c_2' – коэффициенты жесткости амортизаторов кареток; c_3' – коэффициент жесткости торсиона; k_1', k_2' – коэффициенты демпфирования амортизаторов кареток; k_3' – коэффициенты демпфирования амортизатора индивидуальной подвески; x, v, t – соответственно горизонтальная координата центра масс корпуса, модуль скорости равномерного движения, время; z, φ – обобщенные координаты, определяющие положение корпуса.

С целью существенного снижения удельных давлений, оказываемых ходовой системой гусеничного трактора на почву предлагается катки каретки конструктивно выполнить по схеме рис. 2.

Математическая модель динамики корпуса трактора. Воспользуемся методом приведения реальных подвесок к условным, расчетным. Получим выражения для приведенных коэффициентов жесткости индивидуальной подвески и кареток.

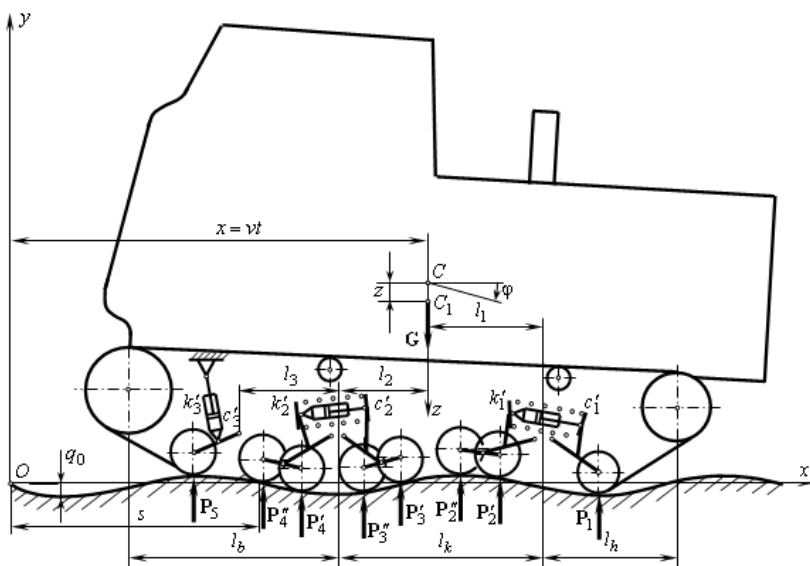


Рисунок 1 – Расчетная схема гусеничного трактора со смешанной системой поддрессирования

Индивидуальная подвеска. Известно, что приведенная к опорному катку жесткость упругого элемента [5] (рис. 3)

$$c_3 = \frac{\pi G d^4}{32 a_0^2 l_t}, \quad (1)$$

где G – модуль сдвига;

d , l_t – соответственно диаметр и длина торсиона;

a_0 – длина балансира.

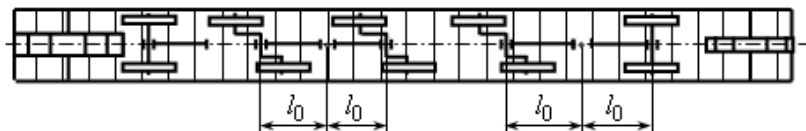


Рисунок 2 – Схема размещения опорных катков на гусеничной цепи

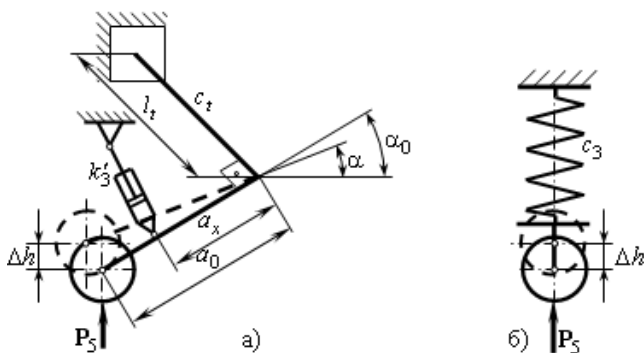


Рисунок 3– Схема индивидуальной подвески: а) – исходная; б) – приведенная

Приведенная жесткость средней балансирной подвески. Полагаем, что нижние части балансиров в положении статического равновесия трактора на горизонтальной плоскости расположены под углом α_0 к горизонту. При движении трактора по неровностям в общем случае эти углы будут разными. Обозначим их, как α_3 и α_4 (рис. 4). Тогда суммарное вертикальное перемещение концов балансиров с точностью до малых высших порядков

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta h_3 + \Delta h_4}{2} = \frac{\Delta h'_3 + \Delta h''_3}{2} + \frac{\Delta h'_4 + \Delta h''_4}{2},$$

где $\Delta h_3, \Delta h_4$ – перемещения концов правого и левого балансиров;

$\Delta h'_3, \Delta h''_3$ – перемещения осей катков правого балансира;

$\Delta h'_4, \Delta h''_4$ – перемещения осей катков левого балансира.

Так как

$$\Delta h_3 = a_1(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_3), \quad \Delta h_4 = a_1(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_4),$$

то

$$\Delta l_2 = \frac{a_1(2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_3 - \sin \alpha_4)}{2}, \quad (2)$$

где a_1 – длина нижней части рычага балансира (см. рис. 4).

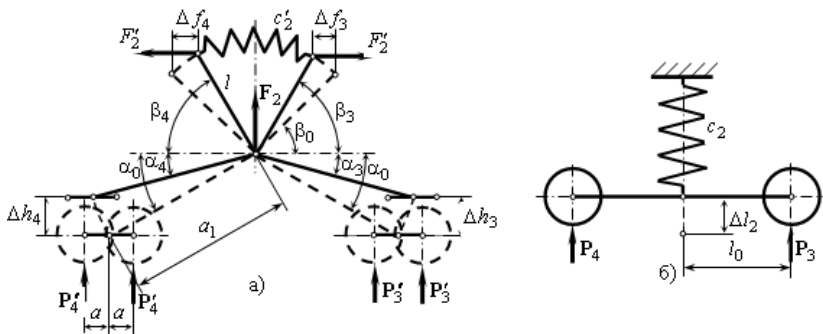


Рисунок 4 – Схема балансирной подвески:
а) – исходная; б) – приведенная

Аналогично для деформации упругого элемента каретки имеем соответственно (см. рис. 4)

$$\Delta f_2 = \Delta f_3 + \Delta f_4,$$

где Δf_3 , Δf_4 – деформации, обусловленные перемещениями правого и левого концов упругого элемента;

С точностью до величин первого порядка малости

$$\Delta f_3 = l(\cos \beta_0 - \cos \beta_3); \quad \Delta f_4 = l(\cos \beta_0 - \cos \beta_4),$$

где l – длина верхней части рычага балансира; β_0 – углы, образованные верхними частями балансиров, с горизонтом в положении статического равновесия; β_3 , β_4 – текущие значения углов (см. рис. 4).

Тогда

$$\Delta f_2 = l(2 \cos \beta_0 - \cos \beta_3 - \cos \beta_4). \quad (3)$$

С помощью формул (2) и (3) введем в рассмотрение передаточное число каретки

$$i_2 = \frac{\Delta l_2}{\Delta f_2} = \frac{a_1(2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_3 - \sin \alpha_4)}{l(2 \cos \beta_0 - \cos \beta_3 - \cos \beta_4)}. \quad (4)$$

Приведенную жесткость определим из условий равновесия двух частей каретки. Используя традиционное правило знаков для моментов сил, потребуем, чтобы суммы моментов сил относительно оси каретки для ее правой и левой частей равнялись нулю. Имеем

$$\left. \begin{aligned} (P'_3 + P''_3) a_1 \cos \alpha_3 - F'_2 l \sin \beta_3, \\ - (P'_4 + P''_4) a_1 \cos \alpha_4 + F'_2 l \sin \beta_4, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$F'_2 = c'_2 \Delta f_2. \quad (6)$$

Введем в рассмотрение обозначения: $P_3 = P'_3 + P''_3$; $P_4 = P'_4 + P''_4$. Для новых переменных из (5) имеем:

$$P_3 = \frac{F'_2 l \sin \beta_3}{a_1 \cos \alpha_3}; \quad P_4 = \frac{F'_2 l \sin \beta_4}{a_1 \cos \alpha_4}. \quad (7)$$

Теперь приведенная жесткость c_2 определяется из условия (см. рис. 4, б)

$$c_2 \Delta l_2 = F_2 = P_3 + P_4. \quad (8)$$

Принимая во внимание выражение для F'_2 с учетом (2), (3) и (7) из уравнения (8) получим приведенную жесткость

$$c_2 = \frac{2c'_2 l^2 (2 \cos \beta_0 - \cos \beta_3 - \cos \beta_4) (\sin \beta_3 \cos \alpha_4 + \sin \beta_4 \cos \alpha_3)}{a_1^2 \cos \alpha_3 \cos \alpha_4 (2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_3 - \sin \alpha_4)}. \quad (9)$$

Приведенная жесткость передней балансирной подвески. Схема каретки, показанная на рис. 5, а, незначительно отличается от предыдущей расположением катков правого балансира. Приведенная же схема рис. 5, б имеет такой же вид, как и схема рис. 4, б. Вывод соответствующей формулы также имеет несущественные отличия.

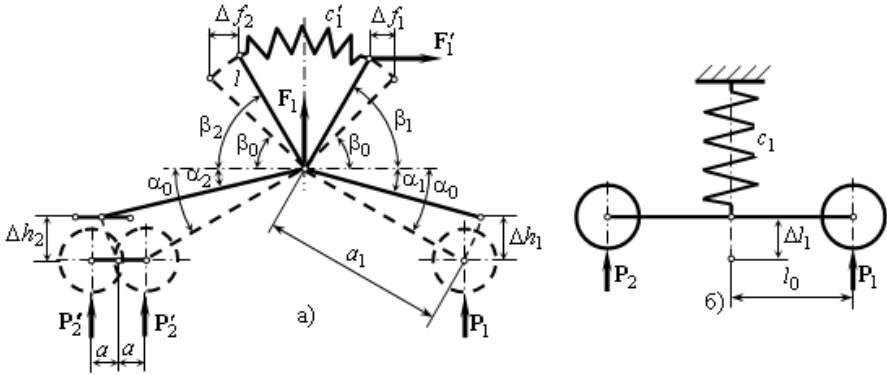


Рисунок 5 – Схема передней балансирной подвески:
а) – исходная; б) – приведенная

Суммарное вертикальное перемещение концов балансиров с точностью до малых высших порядков

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{2} = \frac{\Delta h_1}{2} + \frac{\Delta h'_2 + \Delta h''_2}{2},$$

где Δh_1 , Δh_2 – перемещения концов правого и левого балансиров;

$\Delta h'_2$, $\Delta h''_2$ – перемещения осей катков левого балансира.

Так как

$$\Delta h_1 = a_1(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_1), \quad \Delta h_2 = a_1(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_2),$$

то

$$\Delta l_1 = \frac{a_1(2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)}{2}. \quad (10)$$

Аналогично для деформации упругого элемента каретки имеем соответственно (см. рис. 5, а)

$$\Delta f = \Delta f_1 + \Delta f_2,$$

где Δf_1 , Δf_2 – деформации, обусловленные перемещения правого и левого концов упругого элемента;

С точностью до величин первого порядка малости

$$\Delta f_1 = l(\cos \beta_0 - \cos \beta_1); \quad \Delta f_2 = l(\cos \beta_0 - \cos \beta_2).$$

Тогда

$$\Delta f = l(2 \cos \beta_0 - \cos \beta_1 - \cos \beta_2). \quad (11)$$

С помощью формул (10) и (11) введем в рассмотрение передаточное число задней каретки

$$i_1 = \frac{\Delta l_1}{\Delta f} = \frac{a_1(2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)}{l(2 \cos \beta_0 - \cos \beta_1 - \cos \beta_2)}. \quad (12)$$

Аналогично определим приведенную жесткость из условий равновесия двух частей каретки. Имеем

$$\left. \begin{aligned} P_1 a_1 \cos \alpha_1 - F_1' l \sin \beta_1, \\ - (P_2' + P_2'') a_1 \cos \alpha_2 + F_1' l \sin \beta_2, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$F_1' = c_1' \Delta f. \quad (14)$$

Введем в рассмотрение обозначение $P_2 = P_2' + P_2''$. Для новых переменных из (14) имеем:

$$P_1 = \frac{F_1' l \sin \beta_1}{a_1 \cos \alpha_1}; \quad P_2 = \frac{F_1' l \sin \beta_2}{a_1 \cos \alpha_2}. \quad (15)$$

Теперь приведенную жесткость c_1 определяем из условия (см. рис. 5, б)

$$c_1 \Delta l_1 = F_1 = P_1 + P_2. \quad (16)$$

Принимая во внимание выражение для F_1' с учетом (10), (11) и (15) из уравнения (16) получим приведенную жесткость

$$c_1 = \frac{c'_1 l^2 (2 \cos \beta_0 - \cos \beta_1 - \cos \beta_2) (\sin \beta_1 \cos \alpha_2 + \sin \beta_2 \cos \alpha_1)}{a_1^2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 (2 \sin \alpha_0 - \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)}. \quad (17)$$

Запишем выражения для приведенных коэффициентов сопротивления амортизаторов.

Приведенный коэффициент сопротивления амортизатора торсионной подвески имеет вид (см. рис. 3)

$$k_3 = \frac{k'_3 a_x^2}{a_0^2 \cos^2 \alpha}. \quad (18)$$

Выражение (18) следует из условия равенства моментов сил сопротивления исходного и приведенного амортизаторов относительно оси торсиона.

Приведенный коэффициент сопротивления амортизатора средней балансирной подвески (см. рис. 4) можно получить рассуждениями, которые были выше использованы для нахождения приведенной жесткости.

Уравнение для нахождения приведенного коэффициента сопротивления будет аналогичным (8)

$$k_2 \frac{d(\Delta l_2)}{dt} = F_{2a} = P_{3a} + P_{4a}, \quad (19)$$

где P_{3a} , P_{4a} определяются по формулам аналогичным (7):

$$P_{3a} = \frac{F'_{2a} l \sin \beta_3}{a_1 \cos \alpha_3}; \quad P_{4a} = \frac{F'_{2a} l \sin \beta_4}{a_1 \cos \alpha_4}. \quad (20)$$

В свою очередь формула для F'_{2a} будет аналогом выражения (6)

$$F'_{2a} = k'_2 \frac{d(\Delta f_2)}{dt}. \quad (21)$$

Для производных на основании формул (2) и (3) имеем

$$\frac{d(\Delta l_2)}{dt} = -\frac{a_1 (\cos \alpha_3 + \cos \alpha_4)}{2}, \quad (22)$$

$$\frac{d(\Delta f_2)}{dt} = l(\sin \beta_3 + \sin \beta_4). \quad (23)$$

Уравнение (19) с учетом (20)–(23) окончательно дает

$$k_2 = -\frac{2k'_2 l^2 (\sin \beta_3 + \sin \beta_4) (\sin \beta_3 \cos \alpha_4 + \sin \beta_4 \cos \alpha_3)}{a_1^2 \cos \alpha_3 \cos \alpha_4 (\cos \alpha_3 + \cos \alpha_4)}. \quad (24)$$

Приведенный коэффициент сопротивления амортизатора передней балансирной подвески (см. рис. 5) получается совершенно аналогично с учетом формул, использованных для нахождения приведенной жесткости передней подвески.

Имеем

$$k_1 = -\frac{2k'_1 l'^2 (\sin \beta_1 + \sin \beta_2) (\sin \beta_1 \cos \alpha_2 + \sin \beta_2 \cos \alpha_1)}{a_1^2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}. \quad (25)$$

Дифференциальные уравнения движения корпуса трактора.

Расчетная схема ходовой системы трактора показана на рис. 6.

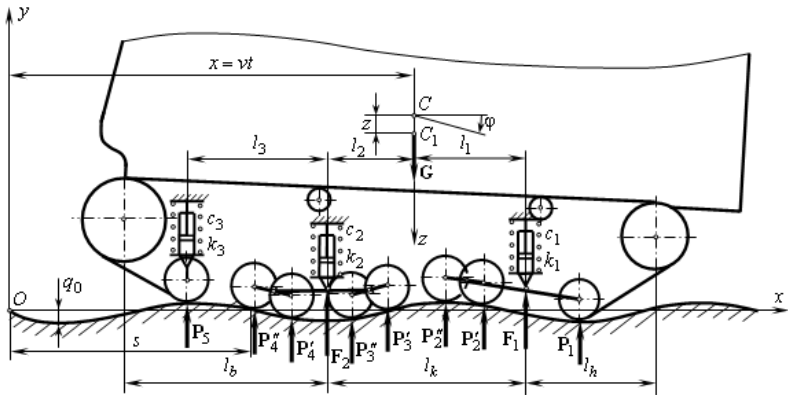


Рисунок 6 – Эквивалентная расчетная схема гусеничного трактора

Для записи дифференциальных уравнений движения корпуса трактора удобно воспользоваться принципом Даламбера

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + 2c_1\dot{z}_1 + 2c_2\dot{z}_2 + 2c_3\dot{z}_3 + 2k_1\dot{z}_1 + 2k_2\dot{z}_2 + 2k_3\dot{z}_3 &= 0, \\ J\ddot{\varphi} + 2c_1\dot{z}_1l_1 - 2c_2\dot{z}_2l_2 - 2c_3\dot{z}_3(l_2 + l_3) + 2k_1\dot{z}_1l_1 - 2k_2\dot{z}_2l_2 - 2k_3\dot{z}_3(l_2 + l_3) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где m , J – масса корпуса трактора и его момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости рисунка (см. рис. 1);

z_i ($i = \overline{1,3}$) – деформация i -го упругого элемента;

\dot{z}_i ($i = \overline{1,3}$) – относительная скорость перемещения поршня приведенного амортизатора;

k_i ($i = \overline{1,3}$) – приведенные коэффициенты демпфирования.

Запишем выражения для деформаций упругих элементов, когда текущие значения обобщенных координат z и φ , а перемещение центра масс трактора в горизонтальном расправлении – x . Принимая во внимание геометрические размеры, приведенные на рис. 1, 2, 6, получим:

$$\begin{aligned} z_1 &= z + l_1\varphi - \frac{q_0}{2} \left[\sin \frac{2\pi}{s}(x + l_1 + l_0) + \frac{1}{2} \left(\sin \frac{2\pi}{s}(x + l_1 - l_0 + a) + \sin \frac{2\pi}{s}(x + l_1 - l_0 - a) \right) \right], \\ z_2 &= z - l_2\varphi - \frac{q_0}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sin \frac{2\pi}{s}(x - l_2 + l_0 + a) + \sin \frac{2\pi}{s}(x - l_2 + l_0 - a) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left[\sin \frac{2\pi}{s}(x - l_2 - l_0 + a) + \sin \frac{2\pi}{s}(x - l_2 - l_0 - a) \right] \right\}, \\ z_3 &= z - (l_2 + l_3)\varphi - q_0 \sin \frac{2\pi}{s}(x - l_2 - l_3). \end{aligned}$$

Так как $x = vt$ (см. рис. 1, 6), то $\frac{2\pi}{s}x = \omega t$, где ω – угловая частота колебаний

$$\omega = \frac{2\pi v}{s} \quad (27)$$

Для компактной записи выражений воспользуемся следующими обозначениями:

$$\begin{aligned}
l_{10} &= l_1 + l_0, \quad l_{11} = l_1 - l_0 + a, \quad l_{12} = l_1 - l_0 - a, \quad l_{20} = -l_2 + l_0 + a, \\
l_{21} &= -l_2 + l_0 - a, \quad l_{22} = -l_2 - l_0 + a, \quad l_{23} = -l_2 - l_0 - a, \quad l_{30} = l_2 + l_3, \\
l_{31} &= -l_2 - l_3.
\end{aligned}$$

С новыми обозначениями выражения для координат приобретают такой вид:

$$\begin{aligned}
z_1 &= z + l_1\Phi - \frac{q_0}{2} \left[\sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{10} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{10} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{11} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{11} + \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{12} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{12} \right) \right]; \\
z_2 &= z - l_2\Phi - \frac{q_0}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{20} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{20} + \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{21} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{21} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{22} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{22} + \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{23} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{23} \right) \right]; \\
z_3 &= z - l_{30}\Phi - q_0 \left(\sin \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{31} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{31} \right).
\end{aligned}$$

Для производных по времени от этих выражений имеем:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= \dot{z} + l_1\dot{\Phi} - \frac{q_0\omega}{2} \left[\cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{10} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{10} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{11} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{11} + \cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{12} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{12} \right) \right]; \\
\dot{z}_2 &= \dot{z} - l_2\dot{\Phi} - \frac{q_0\omega}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{20} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{20} + \cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{21} + \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{21} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{22} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{22} + \cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{23} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{23} \right) \right]; \\
\dot{z}_3 &= \dot{z} - l_{30}\dot{\Phi} - q_0 \left(\cos \omega t \cos \frac{2\pi}{s} l_{31} - \sin \omega t \sin \frac{2\pi}{s} l_{31} \right).
\end{aligned}$$

Дальнейшее упрощение этих формул возможно с использованием таких обозначений:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \cos \frac{2\pi}{s} l_{10}; \quad a_{12} = \sin \frac{2\pi}{s} l_{10}; \quad a_{13} = \cos \frac{2\pi}{s} (l_{11} + l_{12}); \\
a_{14} &= \sin \frac{2\pi}{s} (l_{11} + l_{12}); \quad a_{21} = \cos \frac{2\pi}{s} (l_{20} + l_{21}); \quad a_{22} = \sin \frac{2\pi}{s} (l_{20} + l_{21}); \\
a_{23} &= \cos \frac{2\pi}{s} (l_{22} + l_{23}); \quad a_{24} = \sin \frac{2\pi}{s} (l_{22} + l_{23}); \quad a_{31} = \cos \frac{2\pi}{s} l_{31}; \\
a_{32} &= \cos \frac{2\pi}{s} l_{31}.
\end{aligned}$$

Выражения для деформаций:

$$\left. \begin{aligned}
z_1 &= z + l_1 \Phi - \frac{q_0}{2} \left[a_{11} \sin \omega t + a_{12} \cos \omega t + \frac{1}{2} (a_{13} \sin \omega t + a_{14} \cos \omega t) \right], \\
z_2 &= z - l_2 \Phi - \frac{q_0}{2} \left[\frac{1}{2} (a_{21} \sin \omega t + a_{22} \cos \omega t) + \frac{1}{2} (a_{23} \sin \omega t + a_{24} \cos \omega t) \right], \\
z_3 &= z - l_3 \Phi - q_0 (a_{31} \sin \omega t + a_{32} \cos \omega t).
\end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Выражения для производных от деформаций:

$$\left. \begin{aligned}
\dot{z}_1 &= \dot{z} + l_1 \dot{\Phi} - \frac{q_0 \omega}{2} \left[a_{11} \cos \omega t - a_{12} \sin \omega t + \frac{1}{2} (a_{13} \cos \omega t - a_{14} \sin \omega t) \right], \\
\dot{z}_2 &= \dot{z} - l_2 \dot{\Phi} - \frac{q_0 \omega}{2} \left[\frac{1}{2} (a_{21} \cos \omega t - a_{22} \sin \omega t) + \frac{1}{2} (a_{23} \cos \omega t - a_{24} \sin \omega t) \right], \\
\dot{z}_3 &= \dot{z} - l_3 \dot{\Phi} - q_0 \omega (a_{31} \cos \omega t - a_{32} \sin \omega t).
\end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Подставляя выражения из (28), (29) в уравнения (26), после введения обозначений

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 2(c_1 + c_2 + c_3); \quad c_{12} = c_{21} = 2(c_1 l_1 - c_2 l_2 - c_3 l_3); \\
c_{22} &= 2(c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 + c_3 l_3^2); \quad b_{11} = 2(k_1 + k_2 + k_3); \\
b_{12} &= b_{21} = 2(k_1 l_1 - k_2 l_2 - k_3 l_3); \quad b_{22} = 2(k_2 l_2^2 + k_3 l_3^2); \\
A_1 &= \frac{c_1 (2a_{11} + a_{13}) + c_2 (a_{21} + a_{23}) + 4c_3 a_{31}}{2}; \\
B_1 &= \frac{c_1 (2a_{12} + a_{14}) + c_2 (a_{22} + a_{24}) + 4c_3 a_{32}}{2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{k_1(2a_{11} + a_{13}) + k_2(a_{21} + a_{23}) + 4k_3a_{31}}{2}; \\
E_1 &= \frac{k_1(2a_{12} + a_{14}) + k_2(a_{22} + a_{24}) + 4k_3a_{32}}{2}; \\
A_2 &= \frac{c_1l_1(2a_{11} + a_{13}) + c_2l_2(a_{21} + a_{23}) + 4c_3l_3a_{31}}{2}; \\
B_2 &= \frac{c_1l_1(2a_{12} + a_{14}) + c_2l_2(a_{22} + a_{24}) + 4c_3l_3a_{32}}{2}; \\
D_2 &= \frac{k_1l_1(2a_{11} + a_{13}) - k_2l_2(2a_{21} + a_{23}) - 4k_3l_3a_{31}}{2}; \\
E_2 &= \frac{k_1l_1(2a_{12} + a_{14}) - k_2l_2(2a_{22} + a_{24}) - 4k_3l_3a_{32}}{2}; \\
H_{s1} &= q_0(A_1 - \omega E_1); \quad H_{c1} = q_0(B_1 + \omega D_1); \quad H_{s2} = q_0(A_2 - \omega E_2); \\
H_{c2} &= q_0(B_2 + \omega D_2),
\end{aligned}$$

получим

$$\left. \begin{aligned}
m\ddot{\mathbf{x}} + b_{11}\dot{\mathbf{x}} + b_{12}\dot{\mathbf{z}} + c_{11}\mathbf{z} + c_{12}\Phi &= H_{c1} \cos \omega t + H_{s1} \sin \omega t, \\
J\ddot{\Phi} + b_{21}\dot{\mathbf{x}} + b_{22}\dot{\mathbf{z}} + c_{12}\mathbf{z} + c_{22}\Phi &= H_{c2} \cos \omega t + H_{s2} \sin \omega t.
\end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Для компактного представления решения системы уравнений (30) представим ее в матричной форме

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{H}_c \cos \omega t + \mathbf{H}_s \sin \omega t, \quad (31)$$

где \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{C} – симметричные матрицы соответственно инерции, демпфирования и жесткости;

\mathbf{x} – вектор обобщенных координат;

\mathbf{H}_c , \mathbf{H}_s – векторы соответственно косинусных и синусных амплитуд возмущения.

Указанные матрицы и векторы имеют следующую структуру:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} z \\ \varphi \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} H_{c1} \\ H_{c2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}_s = \begin{bmatrix} H_{s1} \\ H_{s2} \end{bmatrix}.$$

Частное решение уравнения (31) при вынужденных колебаниях представим в виде

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_c \cos \omega t + \mathbf{A}_s \sin \omega t, \quad (32)$$

\mathbf{A}_c , \mathbf{A}_s – векторы соответственно косинусных и синусных амплитуд колебаний масс.

Подставим выражение (32) в дифференциальное уравнение (31). Сравнивая коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ в правой и левой частях полученного соотношения, придем к матричному уравнению относительно неизвестных амплитуд

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} & \omega \mathbf{B} \\ -\omega \mathbf{B} & \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_c \\ \mathbf{A}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_c \\ \mathbf{H}_s \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Из (33) для вектора искомых амплитуд имеем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_c \\ \mathbf{A}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} & \omega \mathbf{B} \\ -\omega \mathbf{B} & \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_c \\ \mathbf{H}_s \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Теперь законы изменения обобщенных координат будут иметь вид:

$$z = A_{c1} \cos \omega t + A_{s1} \sin \omega t = \tilde{A}_1 \sin(\omega t + \varepsilon_1), \quad (35)$$

$$\varphi = A_{c2} \cos \omega t + A_{s2} \sin \omega t = \tilde{A}_2 \sin(\omega t + \varepsilon_2), \quad (36)$$

где A_{ci} , A_{si} , $\tilde{A}_i = \sqrt{A_{ci}^2 + A_{si}^2}$ ($i=1,2$) – косинусные, синусные и полные амплитуды колебаний обобщенных координат z , φ ;

ε_i ($i=1,2$) – фаза колебаний обобщенных координат z , φ .

Для однозначного определения фазы колебаний следует воспользоваться очевидными соотношениями

$$\cos \varepsilon_i = \frac{A_{ci}}{\tilde{A}_i}, \quad \sin \varepsilon_i = \frac{A_{si}}{\tilde{A}_i}.$$

Результаты расчетных исследований. Будем рассматривать движение трактора без нагрузки. Для расчетов принимаем: $m = 6000$ кг – масса подрессоренной части трактора; $a_1 = 270$ мм, $l = 270$ мм – длины рычагов; $l_k = 1180$ мм, $l_b = 915$ мм, $l_1 = 648$ мм, $l_2 = 532$ мм, $l_3 = 760$ мм – расстояния; $L = 2250$ мм – расстояния между крайними катками.

В расчетной схеме неизвестными являются: деформации рессор z_1, z_2, z_3 ; жесткости упругих элементов c_1, c_2, c_3 ; Φ – дифферент; нагрузки на упругие элементы F_1, F_2, F_3 .

В сельскохозяйственных тракторах центр тяжести располагается обычно впереди середины опорных поверхностей гусениц на расстоянии $l_{\text{ц}} = (0,05 \div 0,06)L$, с таким расчетом, чтобы при выполнении наиболее характерной работы – пахоты центр давления был посередине опорной поверхности, что обеспечивает минимальную нагрузку на поверхность почвы.

Примем $l_{\text{ц}} = 0,05L = 0,05 \cdot 2250 = 112,5$ мм, тогда при работе на горизонтальном участке движения с номинальной силой тяги на крюке $P_{\text{кр}} = 30$ кН для смещения центра давления имеем в первом приближении

$$x_{\text{д}} = \frac{P_{\text{кр}} h_{\text{кр}}}{G_{\text{т}}} - l_{\text{ц}} = \frac{30000 \cdot 0,327}{85800} - 0,1125 = 0,0018 \text{ м},$$

где $h_{\text{кр}} = 0,327$ м – высота точки крепления плуга; $G_{\text{т}} = 85,8$ кН – вес трактора.

Таким образом, для принятых данных центр давления будет практически совпадать с серединой опорных поверхностей гусениц.

Для определения вертикальных реакций, действующих на упругие элементы, воспользуемся следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} 2(F_1 + F_2 + F_3) &= mg, \\ F_1 &= c_1 z_1, \quad F_2 = c_2 z_2, \quad F_3 = c_3 z_3, \\ F_3(l_2 + l_3) + F_2 l_2 - F_1 l_1 &= 0, \\ z_2 &= z_3 + l_3 \operatorname{tg} \varphi, \quad z_1 = z_3 + (l_1 + l_2 + l_3) \operatorname{tg} \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

где g – ускорение свободного падения.

Будем полагать, что собственная частота вертикальных колебаний корпуса трактора $f = 3,5 \text{ Гц}$.

В первом приближении, пренебрегая смещением центра тяжести, жесткость эквивалентного упругого элемента определим по формуле

$$c_i = \frac{4\pi^2 f^2 m}{6} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 3,5^2 \cdot 6000}{6} = 483,1 \text{ кН/м} \quad (i = \overline{1,6}).$$

Для деформации упругого элемента имеем

$$\Delta h = \frac{mg}{\sum_{i=1}^6 c_i} = \frac{6000 \cdot 9,81}{483,1 \cdot 10^3 \cdot 6} = 0,0203 \text{ м}.$$

Считая жесткости упругих элементов одинаковыми, получим

$$z_1 + z_2 + z_3 = 0,0609.$$

Теперь, решая систему уравнений, найдем искомые параметры:

$\varphi = 0,53^\circ$ – угол наклона рамы трактора; $z_1 = 0,03 \text{ м}$, $z_2 = 0,019 \text{ м}$, $z_3 = 0,012 \text{ м}$ – деформации упругих элементов; $F_1 = 14,47 \text{ кН}$, $F_2 = 9,179 \text{ кН}$, $F_3 = 5,797 \text{ кН}$.

Определим точку, вокруг которой произойдет поворот рамы трактора

$$l_{\Pi} = \frac{z_1 - \Delta h}{\sin \varphi} = \frac{0,03 - 0,0203}{0,00925} = 1,05 \text{ м}.$$

Принимаем углы установки балансиров: первой каретки $\alpha_{01} = 14,7^\circ$, $\alpha_{02} = 15,8^\circ$; второй каретки $\alpha_{03} = 17,15^\circ$, $\alpha_{04} = 18,2^\circ$; задней подвески $\alpha_{05} = 19,8^\circ$.

Коэффициент сопротивления амортизаторов определим из условия, что на подвеску действует $\frac{1}{6}$ силы тяжести трактора; коэффициент относительного затухания колебаний трактора примем равным $\psi = 0,3$. Тогда

$$k = \psi \sqrt{cm} = \sqrt{483120,4 \cdot \frac{6000}{6}} = 20852 \frac{\text{Нс}}{\text{м}}.$$

Углы установки рычагов кареток относительно рамы трактора определяются его конструкцией, так как

$$\alpha_0 + \beta_0 = 65^\circ, \alpha_{01} + \beta_{01} = 65^\circ.$$

На рис. 7 показаны амплитудно-частотные характеристики вертикального перемещения центра масс (1) и угла поворота корпуса трактора (2) в зависимости от частоты возмущения, которая связана со скоростью движения трактора соотношением (27), для двух амплитуд гармонического профиля дороги $q_0 = 0,05\text{ м}$ (верхние кривые), $q_0 = 0,03\text{ м}$ (нижние кривые).

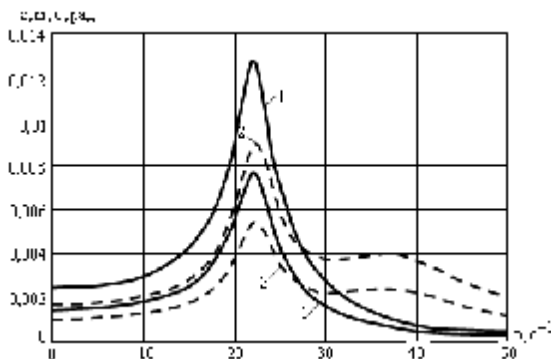


Рисунок 7 – Амплитудно-частотные характеристики:
1 – вертикальное перемещение; 2 – угол поворота

На рис. 8 аналогичные амплитудно-частотные характеристики построены для ускорения центра масс и углового ускорения корпуса трактора.

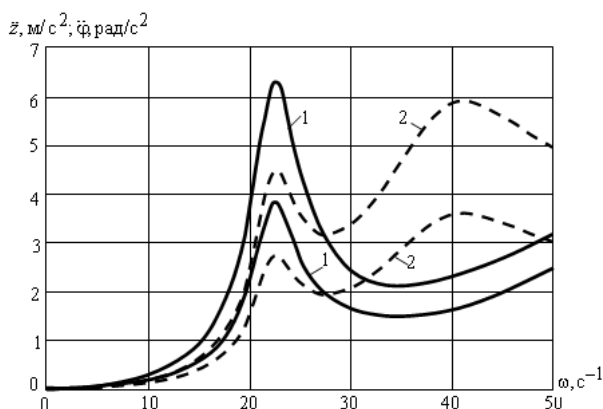


Рисунок 8 – Амплитудно-частотные характеристики:
1 – вертикальное ускорение; 2 – угловое ускорение

Выводы. 1. Построена математическая модель динамики корпуса трактора со смешанной системой поддрессоривания и несоосными катками кареток. 2. Получены выражения для приведенных коэффициентов жесткости и сопротивления индивидуальной подвески и кареток. 3. Записаны дифференциальные уравнения динамики трактора в матричной форме с гармоническим возмущением, зависящим от частоты. 4. Представлено решение системы дифференциальных уравнений в форме удобной для анализа. 5. Приведены результаты расчетов амплитудно-частотных характеристик перемещения центра масс корпуса трактора и его угла поворота, а также их вторых производных для предложенной модели. 6. Установлено, что для выбранных параметров модели динамические характеристики удовлетворяют технологическим требованиям.

Список литературы: 1. Ходовая система – почва – урожай / И.П. Ксеньевич, В.А. Скомников, М.И. Ляско – Агропромиздат, 1985.– 304 с. 2. Ходовые системы тракторов: (Устройство, эксплуатация, ремонт): Справочник / В.М. Забродский, А.М. Файнлейб, Л.Н. Кутин, О.Л. Уткин-Любовцов.– М.: Агропромиздат, 1986.– 271 с. 3. Ребров А.Ю., Великодный В.М. Влияние упругой угловой связи в шарнире гусеничной цепи на параметры воздействия на почву // Вісник НТУ “ХП”. Тематичний випуск: Автомобіле – та тракторобудування.– 2006.– № 6.– С. 3-7. 4. Эффективность применения ЭВМ при проектировании систем поддрессоривания тракторов / Кутин Л.Н., Шевчук В.П., Пономаренко В.М., Лобода Е.Г.– В сб.: Автоматизация проектно-конструкторских работ с помощью ЭВМ. Труды НПО “НАТИ”, М., 1984.– С. 3-15. 5. Барский И.Б. Конструирование и расчет тракторов: Учебник для вузов по специальности “Автомобили и тракторы”– М.: Машиностроение, 1980.– 335 с.

Поступила в редколлегию 27.09.10